

# Modificación de algunos parámetros de una grabación en LP al cambiar la velocidad del plato

Con este documento espero poderte ayudar en tu pregunta.

Tenemos un tocadiscos que inicialmente gira a una velocidad  $\omega_1$  y luego cambiamos su velocidad a  $\omega_2$ . Las preguntas son:

1. ¿Cómo varía la frecuencia escuchada al cambiar la velocidad del plato?
2. ¿Cómo varía la duración de la pieza?

## Variación de la frecuencia con la velocidad

Usamos simples proporciones para encontrar (al estilo pitagórico) la relación entre las dos frecuencias. Recordarás que la octava es  $2/1$ , la quinta  $3/2$ , la cuarta  $4/3$ . Utilizamos las velocidades del plato para hallar las proporciones. Utilizando la siguiente notación:

$$(\omega_i, \omega_j) \equiv \frac{\text{mayor}(\omega_i, \omega_j)}{\text{menor}(\omega_i, \omega_j)} \quad (1)$$

Consideremos las frecuencias (las que me enviaste en el mail):

$$\omega_1 = 16rpm$$

$$\omega_2 = 33rpm$$

$$\omega_3 = 45rpm$$

$$\omega_4 = 78rpm$$

Utilizando la ecuación (1) construimos nuestra primera tabla:

$$\begin{aligned}
 (\omega_1, \omega_2) &= \frac{33rpm}{16rpm} = 2,0625 \\
 (\omega_1, \omega_3) &= \frac{45rpm}{16rpm} = 2,8125 \\
 (\omega_1, \omega_4) &= \frac{78rpm}{16rpm} = 4,8750 \\
 (\omega_2, \omega_3) &= \frac{45rpm}{33rpm} = 1,3636 \\
 (\omega_2, \omega_4) &= \frac{78rpm}{33rpm} = 2,3636 \\
 (\omega_3, \omega_4) &= \frac{78rpm}{45rpm} = 1,7333
 \end{aligned}$$

Ahora consideremos la afinación temperada y cómo se calculan las proporciones involucradas. Dada la frecuencia original  $f$ , la nueva frecuencia  $f'$  es:

$$f' = \left( \sqrt[12]{2} \right)^n f \quad (2)$$

En esta fórmula  $n$  es el semitono en el cual estamos interesados (al estilo pitch class theory): 1 segunda menor, 2 segunda mayor, 3 tercera menor, 4 tercera mayor, 5 cuarta justa, 6 cuarta aumentada, 7 quinta justa, 8 sexta menor, 9 sexta mayor, 10 séptima menor, 11 séptima mayor, 12 octava.

Veamos cómo quedan los intervalos

n	$\left( \sqrt[12]{2} \right)^n$
1	1,0595
2	1,1225
3	1,1892
4	1,2599
5	1,3348
6	1,4142
7	1,4983
8	1,5874
9	1,6918
10	1,7818
11	1,8877
12	2

Vemos que la octava es el doble de la frecuencia original, como ya sabemos. Lo que estamos haciendo es dividir la octava en 12 partes iguales. ¿Cómo interpretamos en la primera tabla, el hecho de que las proporciones sean mayores que 2? Pues esto quiere decir que el intervalo supera una octava. Lo que debemos hacer es llevar los intervalos en la primera tabla a una octava y luego comparar y ver con cuál intervalo temperado cuadra mejor. El resultado es:

$$\begin{aligned}
 (\omega_1, \omega_2) &= 2,0625 \Rightarrow \text{entre el semitono 12 y 13} \\
 (\omega_1, \omega_3) &= 2,8125 \Rightarrow \text{semitono 18, cuarta aumentada} \\
 (\omega_1, \omega_4) &= 4,8750 \Rightarrow \text{semitono 27, aprox. tercera menor} \\
 (\omega_2, \omega_3) &= 1,3636 \Rightarrow \text{semitono 5, cuarta justa} \\
 (\omega_2, \omega_4) &= 2,3636 \Rightarrow \text{semitono 15, tercera menor} \\
 (\omega_3, \omega_4) &= 1,7333 \Rightarrow \text{entre el semitono 9 y 10, aprox. séptima menor}
 \end{aligned}$$

## Variación del tiempo de la obra al cambiar la velocidad del plato

Para responder la segunda pregunta, suponemos que el tocadisco gira a velocidad constante  $\omega$ , una fórmula básica de cinemática rotacional dice:

$$\theta = \omega t \quad (3)$$

donde  $\theta$  se mide en número de vueltas,  $\omega$  en vueltas por minuto y  $t$  en minutos.

Si consideramos ahora que el disco gira inicialmente a una velocidad  $\omega_1$  y luego cambia a  $\omega_2$ , tenemos:

$$\theta_1 = \omega_1 t_1 \quad (4)$$

$$\theta_2 = \omega_2 t_2 \quad (5)$$

Queremos calcular  $\Delta t = t_2 - t_1$ , la diferencia temporal entre tocar la pieza a dos velocidades diferentes. Si inicialmente la pieza o el track del disco dura  $t$  minutos la nueva duración  $t'$  es:

$$t' = t + \Delta t \quad (6)$$

Como un track de un disco tiene que dar el mismo número de vueltas para terminar, tenemos que  $\theta_1 = \theta_2 = \theta$ . El resultado es:

$$\Delta t = \left( \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1 \omega_2} \right) \theta \quad (7)$$

Notar que si  $\omega_1 > \omega_2$  (gira más rápido al inicio),  $\Delta t$  es positivo, es decir dura más la pieza al disminuir la velocidad. Si por el contrario  $\omega_2 > \omega_1$  (gira más lento al inicio),  $\Delta t$  es negativo y la pieza dura menos. Esto lo sabíamos por intuición pero es la información que sacamos del signo del resultado.

**IMPORTANTE:** Es necesario conocer el número de vueltas de la pista que utilizaremos o del disco que utilizaremos. Es decir, debemos medir la duración del material que utilizaremos del disco en vueltas; esta información va en la variable  $\theta$ .